ESTIMACION DEL GRADO DE CABALIDAD EN EL REGISTRO DE LAS MUERTES EN UNA POBLACION CERRADA (**)(***)

Neil G. Bennett
Shiro Horiuchi (*)

RESUMEN

El artículo presenta un método para estimar la omisión en el registro de muertes (omisión que se da en la mayor parte de los países en vías de desarrollo) que puede considerarse como una generalización de un procedimiento, ideado por Samuel Preston, para el caso de una población estable. Lo novedoso del método, lo que constituye su característica fundamental, es que utiliza las tasas por edad de crecimiento observadas entre dos censos. A partir del conjunto de ellas y de la información sobre muertes registradas, clasificadas por edad, la relación básica permite estimar el número de personas a una edad. Esa estimación, comparada con el número de personas censadas, da una medida que puede representar, si los censos son comparables y si no ha habido migración durante el período intercensal, la omisión en los registros de muertes. Aplicaciones a Suecia, 1965-1970, y a Corea, 1970-1975, ilustran el uso del método.

<MEDICION DE LA MORTALIDAD> <REGISTRO DE FUNCIONES> <OMISION>

(*) Este trabajo se llevó adelante mientras los autores formaban parte de la Oficina de Investigación de Población de la Universidad de Princeton. Bennett es actualmente funcionario del Population Studies Center de la Universidad de Michigan y Shiro Horiuchi es miembro de la División de Población de las Naciones Unidas.

(**) Una versión preliminar de este documento fue presentada en la reunión anual de la Population Association of America, Washington, D.C. Marzo 26, 1981. Los autores están en deuda con Ansley Coale por su invalorable guía a lo largo del desarrollo de este proyecto. Están también agradecidos por la ayuda y aliento ofrecidos por Samuel Preston, James Trussell y Jane Menken. Kenneth Hill y Hania Zlotnik proporcionaron comentarios críticos que condujeron a un tratamiento más apropiado de problemas que se plantean en el análisis de un intervalo abierto. Esta investigación fue apoyada en parte por el subsidio HD-11720 de National Institutes of Health.

(***) Versión traducida de *Population Index*, Summer 1981, Vol. 47(2):207-222, Office of Population Research, Princeton University and Population Association of America Inc.

ESTIMATING THE COMPLETENESS OF DEATH REGISTRATION IN A CLOSED POPULATION

SUMMARY

This article presents a method to estimate the omission in death registration (omission which exists in the majority of developing countries) which can be regarded as a generalization of a procedure conceived by Samuel Preston for stable populations. The method's originality and fundamental characteristics consist in using growth rates by age observed between two censuses. Based on the set of these rates and the information on registered deaths, classified by age, the basic relation makes it possible to estimate the number of persons at a given age. This estimation compared with the number of persons enumerated in the census provides a measure which may represent the omission in death registers, if the censuses are comparable and if no migration has taken place during the intercensal period. The use of the method is illustrated with data from Sweden, 1965-1970, and Korea, 1970-1975.

<MORTALITY MEASUREMENT> <DEATH REGISTER> <OMISSION>

La estimación del nivel de la mortalidad de una población se basa, con frecuencia, en información acerca del número de muertes registradas. En muchos países en vías de desarrollo, sin embargo, las muertes presentan un subregistro significativo, lo que, como consecuencia, conduce a una estimación sesgada acerca del nivel de la mortalidad.

En los últimos años se han desarrollado varios métodos a fin de corregir este subregistro. Los siguientes cinco métodos han demostrado ser muy útiles: *1)* la ecuación, ideada por Brass, de equilibrio del crecimiento en su forma truncada (Brass, 1975); *2)* un método ideado por Preston y sus colegas (Preston, Hill, 1980 y Preston, Coale, Trussell y Weinstein, 1980); *3)* la técnica de proyección hacia adelante; *4)* un método de sobrevivencia intercensal de cohortes, desarrollado por Preston y Hill (1980) y elaborado por Brass (1979) y Trussell y Menken (1979); y *5)*, otro, de Martin (1980), que modifica el método de Brass del equilibrio de crecimiento.

La ecuación del equilibrio de crecimiento, para un sector, de Brass, que vale para una población estable, puede ser expresada como sigue:

$$N(a)/N(a+) = r + k[D(a+)/N(a+)] \qquad (1)$$

donde $N(a)$ es la población a la edad a, $N(a+)$ es la población con edades superiores a a y $D(a+)$ es el número registrado de muertes de personas con edades por encima de a, r es la tasa de crecimiento de la población estable, y k es la inversa del grado de cabalidad en el registro de las muertes. En poblaciones que son aproximadamente estables, $N(a)/N(a+)$ y $D(a+)/N(a+)$ para distintas edades se ubica en una línea recta con pendiente igual a k y con una intercepción equivalente a r.

Preston y otros desarrollaron otro método, utilizando el modelo de población estable, en el cual la distribución por edades de una población se estima a partir de la distribución por edades de las muertes. El grado de cabalidad en el registro de muertes está dado, entonces, por la razón entre la población estimada y la población observada. Más adelante examinaremos esta técnica con mayor detalle, ya que el método que proponemos en este documento es una extensión lógica de tal procedimiento.

La proyección hacia adelante utiliza información de dos censos y no se basa en el supuesto de estabilidad de la población. En este método, se construye una tabla de vida a partir de muertes registradas y de años-persona vividos en el período intercensal. A partir de esta tabla de vida, la población del primer censo es proyectada hasta el momento del segundo censo. El grado de cabalidad en el registro de muertes de la población adulta se estima por $[P_1(i) - \hat{P}_2(i)] / [P_1(i) - P_2(i)]$, donde $P_1(i)$ y $P_2(i)$ son el tamaño de la cohorte abierta i, en un primer y en un segundo censo, y $\hat{P}_2(i)$ es el tamaño de la cohorte proyectada al momento del segundo censo[1].

La proyección hacia adelante requiere correcciones previas para tomar en cuenta la subenumeración relativa entre los dos censos. Sin embargo, la técnica desarrollada por Preston y Hill (1980) está diseñada a fin de estimar tanto la cabalidad del registro de muertes, como la subenumeración relativa entre dos censos.

El método se basa en la relación siguiente:

$$P_1(i)/P_2(i) = [c_1/c_2] + c_1 k[D(i)/P_2(i)] \qquad (2)$$

donde c_1 y c_2 indican el grado de cabalidad de la enumeración en el primero y en el segundo censo, $D(i)$ es el número de muertes registradas por la cohorte i durante el intervalo intercensal y $P_1(i)$, $P_2(i)$ y k se definen como antes. Un análisis de regresión utilizando la ecuación (2) con información derivada de cohortes sucesivas conduce a estimaciones de c_1/c_2 *y* $c_1 k$, esto es la intercepción con el origen y la pendiente, respectivamente.

Martin (1980) modificó el método de Brass a fin de hacer más flexible el supuesto sobre estabilidad. La ecuación de equilibrio de crecimiento modificado, que vale para cualquier población cerrada, se expresa como

$$k[D(a+)/N(a+)] = [N(a)/N(a+)] - r(a+)$$

donde $r(a+)$ es la tasa de crecimiento de la población con edades a y más. Si un conjunto de $r(a+)$ es dado (o estimado de alguna manera), la representación de $D(a+)/N(a+)$ contra $[N(a)/N(a+)] - r(a+)$ proporcionará una estimación del registro de muertes.

---

[1] Una cohorte abierta se refiere al grupo de personas nacidas en un año y en los años anteriores.

Dos características importantes son comunes a todos los métodos mencionados más arriba. Primero, ellos proporcionan estimaciones del grado de cabalidad del registro de muertes en relación con el grado de cabalidad de la enumeración de un censo. Esto no es una limitación seria, puesto que el conocimiento del grado de cabalidad relativo de dos registros es suficiente a fin de corregir las tasas observadas de mortalidad. Segundo, todos estos métodos están basados en los siguientes supuestos: *1)*, la población en estudio es cerrada; *2)*, el grado de cabalidad en el registro de muertes es constante a través de las edades, y *3)*, tanto las declaraciones de las edades de la población como de las muertes son correctas.

Estas técnicas pueden ser divididas en dos grupos: aquéllas que requieren el supuesto de estabilidad (las primeras dos) y aquéllas que no lo requieren (las últimas tres). Debe hacerse notar que es necesaria más información para poder utilizar aquellos métodos que no requieren del supuesto de estabilidad. Tales métodos generalmente demandan el uso de dos censos, en tanto que los que utilizan el concepto de población estable son aplicables aun con poblaciones para las cuales se dispone de información de sólo un censo.

En este documento se parte del método de población estable, presentado en Preston y otros (1980), y es modificado de modo tal que el supuesto de estabilidad se hace innecesario.

Preston y sus colegas emplean la siguiente relación, obtenida en una población estable:

$$N(a) = \int_a^\infty D^*(x) \exp[r(x-a)]dx \tag{3}$$

donde $D^*(x)$ es el verdadero número de muertes de personas con edad x en la población, en el momento actual. En palabras, el número de personas a la edad a en la población es la suma, a lo largo de cada edad por encima de a de las muertes, ponderada por una exponencial del producto de r y la diferencia entre la edad a la muerte (x) y la edad a. Nótese que $D^*(x) \exp [r(x-a)]$ es una estimación del número de personas que actualmente tiene la edad a que morirán a la edad x. Esto se deduce del hecho de que en una población estable, el número de muertes de personas a la edad a en un año dado, está relacionado con el número en el año anterior por un factor $exp\ (r)$.

Por lo tanto, el método sugerido por la expresión (3) es el análogo al método de extinción de generaciones ideado por Vincent (1951), mediante el cual el número de personas a la edad *a*, en un cierto momento en el pasado, podría ser estimado mediante la suma acumulativa de todas las muertes de personas de edad *a* y más experimentadas por la cohorte. El requerimiento fundamental obvio es que el último de los componentes de la cohorte haya muerto. Por otra parte, la expresión (3) proporciona un mecanismo mediante el cual podemos ajustar la distribución de las muertes en la población actual a fin de aproximarla a la distribución futura de las muertes de la cohorte actualmente con edad *a*.

Si el grado de cabalidad en el registro es constante a una edad *a* y por arriba de *a*, entonces

$$D^*(x) = kD(x) \qquad \textit{para todo } x \geqslant a \tag{4}$$

donde $D(x)$ es el número de muertes registradas de personas de edad x. $D^*(x)$ y k han sido definidos anteriormente.

Por substitución (4) en la ecuación (3) se obtiene

$$N(a) = k \int_a^\infty D(x)exp[r(x\text{-}a)]dx$$

Si definimos

$$\hat{N}(a) = \int_a^\infty D(x)exp[r(x\text{-}a)]dx$$

el grado de cabalidad en el registro de muertes puede ser estimado como el cociente $\hat{N}(a)/N(a)$, cuando el número de muertes registradas por edad, el número de personas con vida por edad y la tasa de crecimiento de la población están dadas. Se han sugerido medidas más robustas sobre el grado de cabalidad, tales como las que se derivan de la acumulación de $\hat{N}(a)$ y $N(a)$. La acumulación tenderá a absorber algunas de las distorsiones resultantes de la mala declaración de edad, y de diferencias en los registros y en la enumeración, variables con la edad.

La fórmula base para el cómputo de la estimación de la distribución por edades, es

$$\hat{N}(a\text{-}5) = \hat{N}(a)exp[5r] + {}_5D_{a\text{-}5}exp(2{,}5r) \tag{5}$$

donde $\hat{N}(a)$ es el número de personas con edades a, estimado en forma iterativa por esta ecuación, ${}_5D_{a-5}$ es el número de muertes ocurridas en el grupo de edad entre a-5 y a. Este método (examinado extensamente por Preston y otros en 1980), es claramente apropiado para el análisis de poblaciones estables y se justifica por la ecuación (3). Sin embargo, no es robusto en el caso de no estabilidad. Cuando una población se desvía de la estabilidad, r no es más una constante, sino que varía con la edad. En tal caso la tasa de crecimiento de la población, r, es con frecuencia una pobre aproximación a $r(a)$, la tasa de crecimiento de la población a la edad a.

A fin de adecuar el concepto de tasas diferentes de crecimiento dentro de una población, proponemos la siguiente extensión de la ecuación (5)

$$\hat{N}(a-5) = \hat{N}(a)exp[5\,{}_5r_{a-5}] + {}_5D_{a-5}exp[2{,}5\,{}_5r_{a-5}] \qquad (6)$$

donde ${}_5r_{a-5}$ es la tasa de crecimiento experimentada por el grupo de población con edades entre a-5 y a. Nótese que para un cohorte, que puede ser por otra parte interpretada como una población estacionaria, el número estimado de personas a la edad a-5, $\hat{N}(a-5)$, es simplemente igual al número estimado de población a la edad a, $\hat{N}(a)$, más el número de muertes que ocurren en la cohorte (o en la población estacionaria) en el período considerado de edad, ${}_5D_{a-5}$. Las exponenciales que se agregan a cada uno de estos dos términos en la ecuación (6) toman en cuenta el crecimiento de la población y el número de muertes a través del tiempo. La ecuación (6) se justifica por la siguiente relación, que es válida para cualquier población cerrada.

$$N(a) = \int_a^{\infty} D^*(x)exp[\int_a^x r(u)du]dx$$

La prueba de esta relación puede verse en el Apéndice. Así, hemos eliminado el supuesto de estabilidad a través de la población en su totalidad. En cambio, dependemos de los supuestos, significativamente menos restrictivos, de que el número observado de personas en cada grupo quinquenal de edad es aproximadamente igual al correspondiente número en la población estable que puede inferirse del número de personas entre las edades a y a+5, y de las tasas observadas de crecimiento por edad.

Una vez que todos los valores de $\hat{N}(a)$ han sido calculados, podemos derivar los valores de ${}_5\hat{N}_a$, esto es, el número estimado de personas en el grupo de edades entre a y $a+5$, utilizando la siguiente fórmula de aproximación:

$${}_5\hat{N}_a = 2.5[\hat{N}(a) + \hat{N}(a+5)]$$

La parte correspondiente a las edades más avanzadas de la distribución, sin embargo, no se aproxima en forma satisfactoria mediante esa fórmula, porque es frecuente que haya un grado significativo de curvatura dentro de cada uno de los grupos quinquenales de edad. Para calcular ${}_5\hat{N}_a$ por encima de los 60 años, proponemos imponer una curva correspondiente a una población estable a lo largo del intervalo quinquenal y después determinar el área bajo esta curva[2].

---

[2] Si el grupo de edades entre las edades a y $a+5$ es estable, luego

$$N(x) = N(a)\exp[-(x-a) \cdot {}_5r_a]_{x-a}p_a \qquad a \leqslant x \leqslant a+5$$

de modo que ${}_5\hat{N}_a$ puede ser calculado mediante

$${}_5\hat{N}_a = \int_a^{a+5} \hat{N}(x)dx = \hat{N}(a)\int_a^{a+5} \exp[-(x-a) \cdot {}_5r_a]_{x-a}p_a dx$$

donde ${}_{x-a}p_a$ es la probabilidad de sobrevivencia desde la edad a hasta x. A fin de obtener ${}_{x-a}p_a$ podemos usar la propiedad, comprobada en poblaciones que cuentan con buena información por edad, que la mortalidad en edades avanzadas puede ser bien descrita por un modelo de crecimiento exponencial, ampliamente conocido como función de Gompertz:

$$\mu(x) = \mu(a)\exp\{(x-a)\xi\} \qquad \text{para } x \geqslant a$$

donde $\mu(x)$ es la tasa instantánea de mortalidad a la edad x. Basándonos en el modelo de mortalidad de Gompertz, ${}_{x-a}p_a$ puede ser estimado mediante

$${}_{x-a}\hat{p}_a = \exp\left[[\hat{\mu}(a) - \hat{\mu}(x)]/\xi\right]$$

donde $\hat{\mu}(a)$ y $\hat{\mu}(x)$ están dados por

$$\hat{\mu}(a) = \frac{\ln\left[\frac{\hat{N}(a+5)}{\hat{N}(a)}\right] + 5 \cdot {}_5r_a}{(1-\exp[5 \cdot \xi])/\xi}$$

y

$$\hat{\mu}(x) = \hat{\mu}(a)\exp[(x-a)\xi]$$

Desafortunadamente, ξ no puede ser estimado directamente a partir de datos defectuosos de mortalidad. Sin embargo, entre los datos de población disponibles en el mundo, los valores ξ varían entre 0,06 y 0,12, y la elección de un valor entre 0,08 y 0,10 parece ser una adecuada aproximación para el cómputo de ${}_5\hat{N}_a$. En los análisis presentados en este documento hemos utilizado $\xi = 0{,}10$.

Las estimaciones acerca de la cabalidad de los registros, pueden ser derivadas, por ejemplo, de la mediana de la serie de valores ${}_{10}\hat{N}_{a-5}$ (el número estimado de personas con edades entre a-5 y a+5, dividido por la cifra correspondiente en la población observada.

EL INTERVALO ABIERTO

Hemos diferido la consideración del método de estimación que involucra información sobre el grupo de edades más altas, que no tiene límite superior, debido a la naturaleza relativamente compleja de este método. A pesar de que Preston y otros (1980) han propuesto un tratamiento del intervalo abierto, creemos que no es necesariamente adecuado para aquellos casos en los cuales el límite inferior del intervalo está fijado a una edad relativamente baja. $N(a)$ tiende a ser subestimado, cuando a es bajo, toda vez que la fórmula que proponen para obtener $\hat{N}(a)$ omite términos, tales como la varianza de la edad a la muerte por encima de la edad a, que son despreciables cuando a es una edad avanzada, pero que pueden tomar una magnitud significativa cuando a es una edad relativamente baja. Por lo tanto, es necesario desarrollar métodos más apropiados para estimar el valor de $N(a)$.

De una relación encontrada para poblaciones que son estables para edades por encima de la edad a, tenemos:

$$N(a) \doteq D(a+)[exp[r(a+)e(a)] - ([r(a+)e(a)]^2/6)] \qquad (7)$$ [3]

[3] La forma en que tratamos el intervalo abierto está basada en una sugerencia de Ansley J. Coale. La derivación es como sigue: En una población estable vale

$$N(a) = \int_0^{\infty} exp[ry]D(a+y)dy$$

Tomando los tres primeros términos del desarrollo de Taylor de la $exp(ry)$, obtenemos

$$N(a) \doteq \int_0^{\infty} (1+ry+\frac{r^2y^2}{2})D(a+y)dy = D(a+)[1+r\bar{y}+\frac{r^2}{2}(\bar{y}^2+\sigma^2)]$$

donde $\bar{y}$ y σ^2 son la media y la varianza de la edad a la muerte arriba de a (menos a), respectivamente.
Toda vez que $(d\bar{y}/dr) = -\sigma^2$ y σ^2 no varía significativamente con r, $\bar{y}$ puede ser aproximado mediante

$$\bar{y} \doteq e(a) - r\sigma^2$$

Dado los valores de $r(a+)$, la tasa de crecimiento en un intervalo abierto, y $e(a)$, la esperanza de vida al comienzo del intervalo abierto, podemos hacer el cálculo de nuestra estimación de $N(a)$. Una vez que tenemos $\hat{N}(a)$ procedemos, a fin de encontrar todas las otras $\hat{N}(x)$ por iteración hacia las edades más jóvenes, utilizando la ecuación (6). El valor de $r(a+)$ proviene de la información misma, en tanto que $e(a)$ debe ser obtenida independientemente de tal información. Si solamente se dispone del conocimiento general de la mortalidad, sugerimos que la estimación de $e(a)$ provenga de una tabla modelo de vida que esté caracterizada por el valor apropiado de $e(o)$ ó $e(10)$. A pesar de que en algunas ocasiones el valor de $e(a)$ puede ser un tanto arbitrario, las estimaciones resultantes acerca de la cabalidad de los registros no resultan sesgadas en forma relevante.

Dado un nivel aproximado del nivel de la mortalidad, indicado por $e(o)$ ó $e(10)$ la variación posible $e(a)$ es pequeña[4]. Por lo tanto, no es probable que la estimación de $e(a)$ difiera mucho del valor desconocido, el verdadero valor de $e(a)$. Podemos ver que en la ecuación (7) un error proporcional en $e(a)$ resultará en un error proporcional más pequeño en $\hat{N}(a)$. Más aún, el impacto de un error en $e(a)$ será amortiguado a medida que avanzamos hacia las edades más jóvenes de la distri-

---

[3] (continuación)

Por lo tanto, substituyendo se obtiene

$$N(a) \doteq D(a+) \left[1 + re(a) + \frac{r^2 e(a)^2}{2} - \frac{r^2 \sigma^2}{2} \right]$$

$$\doteq D(a+) \left\{ exp[re(a)] - \frac{r^2 \sigma^2}{2} \right\}$$

σ^2 puede ser aproximada en forma satisfactoria mediante $\sigma^2 \doteq [e(a)]^2/3$, para $a \geqslant 10$, para un amplio rango de tablas de vida existentes. Por lo tanto, se deriva de aquí que

$$N(a) \doteq D(a+) \{ exp[re(a)] - [re(a)]^2/6 \}$$

[4] Supóngase, por ejemplo, que el patrón de mortalidad de una población puede ser caracterizado por una tabla modelo de vida de Coale-Demeny. Además, digamos que tomamos $e(0)$ igual a 60 años, cuando en realidad debe ser 55 años. El error máximo en $e(70)$, 1,4 años, ocurriría en una situación en la cual hubiéramos supuesto que la familia de tabla modelo fuera "Norte" cuando realmente es "Este". Si hubiéramos seleccionado correctamente una familia particular en el conjunto de tablas modelo de vida, el error sería del orden de sólo medio año.

bución. De hecho, en la población estable, el error proporcional en $\hat{N}$ es simplemente el producto del error en $\hat{N}(a)$ y la probabilidad de sobrevivencia desde la edad x hasta la edad a.

Debido al hecho de que $\hat{N}(a+)$ es más sensible al error en $e(a)$ que $\hat{N}(a)$, podemos ignorar la estimación de la población en el intervalo abierto. Consecuentemente, las medidas acerca de la cabalidad no pueden basarse en valores de $\hat{N}(x+)/N(x+)$, como lo sugieren Preston y otros (1980).

Este tratamiento del intervalo abierto supone que no hay errores en la declaración de edad en la población ni en las muertes a través del límite inferior del intervalo abierto. Sin embargo, hay evidencias de que en muchas poblaciones las edades de los vivos y de los muertos son menos precisas entre las personas de mayor edad, cuyas edades tienden a ser exageradas. Por lo tanto, si la edad límite inferior del intervalo abierto es suficientemente alta, el supuesto de que no hay error en la declaración de edad podría ser errado. Podemos resolver esta dificultad ensanchando el intervalo abierto hasta un punto por encima del cual pueda suponerse que se han producido casi todos los problemas de mala declaración de edad. Por ejemplo, aun si los datos originales disponibles permiten formar un grupo abierto de 85 y más, sumamos varios grupos y expandimos este grupo abierto para hacerlo corresponder a la edad 60 y más. A este nuevo intervalo abierto, aplicamos la ecuación (7).

APLICACIONES

Suecia 1965-1970

A fin de evaluar la bondad de este método lo aplicamos a información de una población que no es estable, de la cual se sabe que las muertes y la población están registradas en forma virtualmente completa. La población masculina de Suecia para el período 1965 a 1970 cumple con estos requisitos[5]. Debido a la precisión de, y a la coherencia en-

[5] A fin de aproximarnos a una población cerrada, sacamos los migrantes de la población (y las muertes asociadas con esos migrantes), suponiendo que ellos están sujetos a la misma mortalidad que la población nativa. Una forma alternativa de manejar la población migrante, si es conocida, es tratar a la emigración como a las muertes y a la inmigración como muertes negativas (entradas) a cada edad. La población migrante puede, por lo tanto, ser interpretada como saliendo de la población por muerte (emigración) o entrando a la población como muertes negativas (inmigración).

tre, la población de Suecia y la información sobre muertes, deberíamos estar en capacidad de reproducir la distribución por edades de la población a partir de la distribución por edad de las muertes. Esto implicaría, también, que deberíamos obtener una secuencia de valores de ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$ que se aproximaría al valor 1.

Una vez determinado el número de muertes y años-persona vividos, de la población nativa masculina de Suecia a lo largo de un período de cinco años, hemos calculado las tasas de crecimiento por edades. Los resultados de la aplicación de este método se presentan en el Cuadro 1[6]. Todos los valores ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$ para diferentes grupos de edades caen dentro del 1 por ciento de 1,000 indicando, como se esperaba, que el registro de muertes es virtualmente completo[7].

Si hubiéramos supuesto estabilidad en el caso de Suecia, nuestra estimación acerca de la cabalidad del registro de muertes hubiera sido totalmente incorrecta. Por cierto, ésta sería una aplicación poco realista del método de población estable derivado por Preston y otros en 1980. Sin embargo, tal aplicación proporciona una indicación clara sobre los posibles sesgos que introduce el supuesto de la estabilidad. El gráfico 1 presenta las secuencias de los cocientes ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$ derivados de este método utilizando una tasa de crecimiento r constante, y tasas r que varían según la edad. Podemos ver que la serie de valores que utiliza una tasa de r constante es mucho más baja y extremadamente errática, en tanto que aquélla que utiliza tasas r por edad muestra poca variación y sus valores están muy cerca de 1. Una comparación entre la distribución por edad observada en la población con aquéllas que se ha estimado por los dos procedimientos se hace en el gráfico 2. La distribución por edades determinada suponiendo estabilidad tiene muy poco parecido con aquélla que ha sido observada. Sin embargo, utilizando el método que proponemos, hemos reproducido casi perfectamente la distribución observada por edades de la población, a partir de la distribución por edades de las muertes y de las tasas de crecimiento por edad del período intercensal.

---

[6] Hemos usado el valor *e(95)* dado por la publicación sueca de tablas de vida para hombres (1,83 años) para el período 1966 a 1970 (Statistiska Centralbyrån, 1974).

[7] A pesar del hecho de que un ajuste menor por migración era necesario cuando aplicamos el método a la población femenina sueca, la serie de resultados de los cocientes ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$ apenas muestra una leve mayor variación que cuando se hace el análisis con la población masculina (de 0,981 a 1,004).

Gráfico 1

SERIE DE ESTIMACIONES ACERCA DE LA CABALIDAD DEL REGISTRO DE MUERTES PARA LA POBLACION TOTAL CON Y SIN EL SUPUESTO DE ESTABILIDAD, POBLACION MASCULINA DE SUECIA, 1965-1970

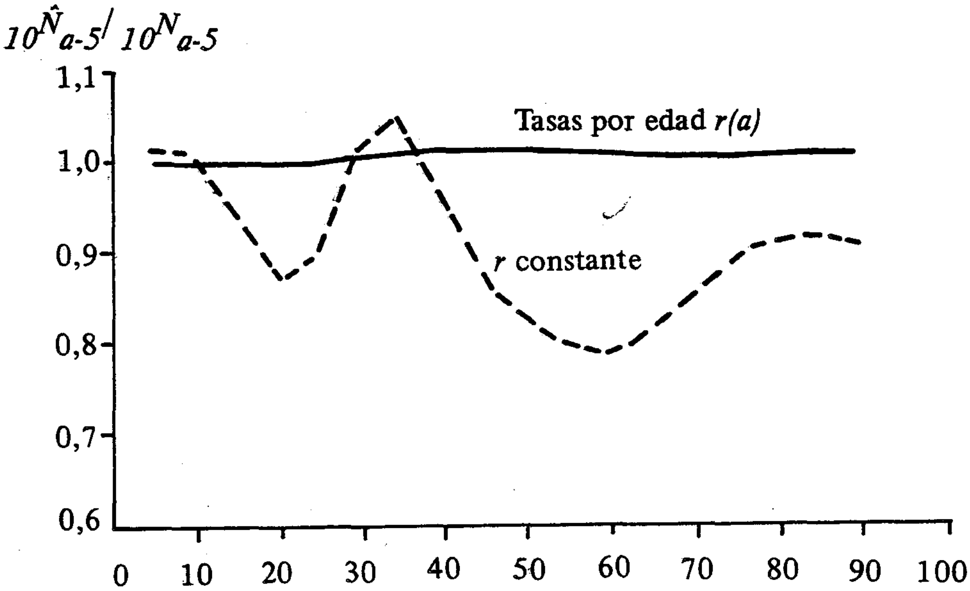
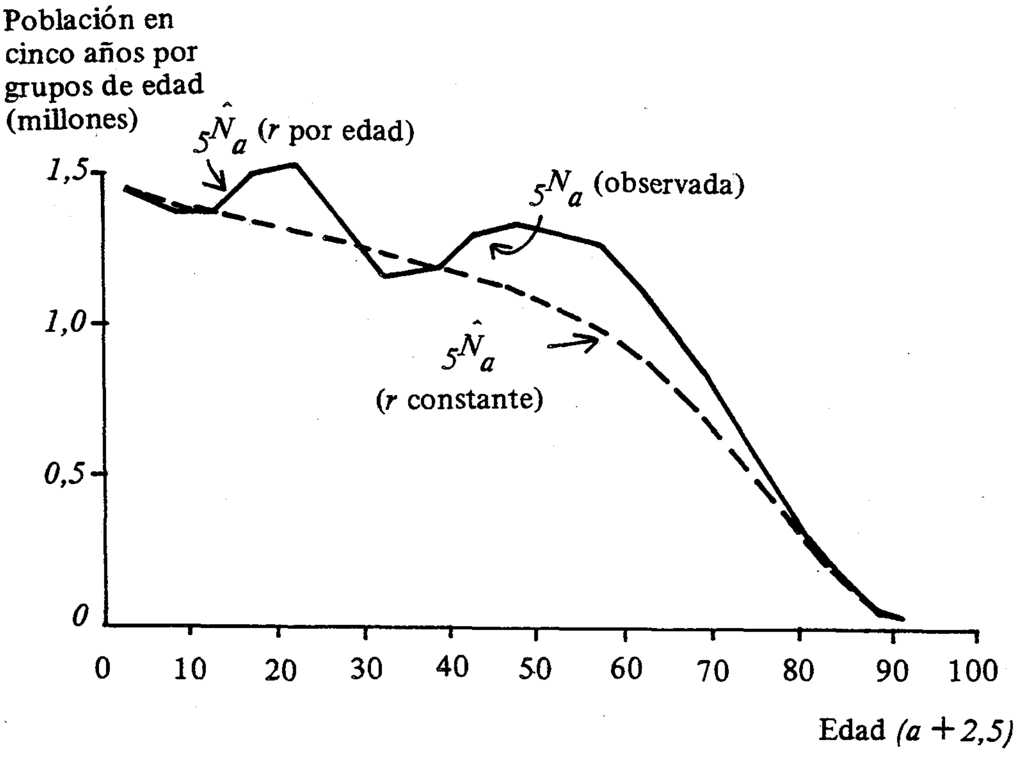


Gráfico 2

COMPARACION ENTRE LA DISTRIBUCION POR EDADES OBSERVADA Y ESTIMADA. POBLACION MASCULINA DE SUECIA, 1965-1970



Cuadro 1

MUERTES MASCULINAS, POBLACION Y TASA DE CRECIMIENTO POR EDAD Y VALORES DE $\hat{N}(a)$, ${}_5\hat{N}_a$ y ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$ PARA SUECIA, 1965–1970

Edad	${}_5r_a$	${}_5D_a$	${}_5N_a$	$\hat{N}(a)$	${}_5\hat{N}_a$	${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$
0	0,0136	5 177	1 443 446	301 368	1 444 915	---
5	0,0051	612	1 373 964	276 598	1 363 911	0,997
10	–0,0060	468	1 372 847	268 966	1 364 109	0,993
15	–0,0305	1 339	1 499 523	276 677	1 493 876	0,995
20	0,0196	1 766	1 540 850	320 873	1 525 295	0,993
25	0,0388	1 496	1 314 538	289 245	1 315 186	0,995
30	0,0098	1 620	1 147 401	236 830	1 151 890	1,002
35	–0,0166	2 213	1 155 364	223 926	1 162 312	1,005
40	–0,0317	3 360	1 287 952	240 998	1 299 393	1,008
45	0,0126	5 552	1 326 431	278 759	1 337 772	1,009
50	–0,0118	8 523	1 289 043	256 350	1 298 680	1,008
55	0,0070	13 415	1 250 230	263 122	1 260 013	1,008
60	0,0198	21 983	1 090 525	240 883	1 096 192	1,007
65	0,0212	26 287	874 707	197 235	874 991	1,003
70	0,0223	32 077	645 060	152 501	646 152	1,001
75	0,0125	34 538	428 835	106 084	430 034	1,002
80	0,0214	30 746	235 291	66 168	236 294	1,003
85	0,0152	19 155	94 010	30 317	94 500	1,005
90	0,0449	7 124	22 630	9 656	22 767	1,005
95	0,0709	1 186	2 791	1 347	---	---

Fuente: Statistiska Centralbyrân (1966).

Corea, 1970-1975

Habiendo comprobado que el método produce buenos resultados con una población para la cual la información es virtualmente completa, procedemos a aplicarlo a una población con información seriamente afectada por error. Hemos elegido para esto la población femenina de Corea durante el período de 1970-1975, a fin de poder comparar los resultados obtenidos utilizando este método con los que encontraron Preston y otros (1980).

El cuadro 2 revela que aproximadamente el 65 por ciento de las muertes femeninas en Corea fueron registradas durante el período.[8] Esto

[8] La aplicación del método de sobrevivencia intercensal por cohorte hecha por Preston y Hill (1980), conduce a estimaciones similares sobre el grado de cabalidad.

Cuadro 2

MUERTES FEMENINAS, POBLACION Y TASA DE CRECIMIENTO POR EDAD Y VALORES DE $\hat{N}(a)$, ${}_5\hat{N}_a$,Y ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$ PARA COREA, 1970–1975

Edad	${}_5r_a$	${}_5D_a$	${}_5N_a$	$\hat{N}(a)$	${}_5\hat{N}_a$	${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$
0	−0,0048	28 533	10 313 278	1 416 494	7 096 297	---
5	−0,0029	16 381	10 835 030	1 422 025	7 121 259	0,672
10	0,0055	12 141	10 744 253	1 426 479	7 004 890	0,655
15	0,0578	14 223	8 844 278	1 375 477	5 983 350	0,663
20	0,0421	14 284	6 839 605	1 017 863	4 574 162	0,673
25	0,0219	13 003	5 857 953	811 802	3 817 627	0,661
30	0,0015	12 958	5 442 945	715 249	3 530 349	0,650
35	0,0275	13 095	5 042 065	696 891	3 229 387	0,645
40	0,0343	14 435	4 214 360	595 064	2 707 947	0,641
45	0,0266	16 006	3 511 383	488 115	2 251 315	0,642
50	0,0362	18 915	2 846 740	412 411	1 848 215	0,645
55	0,0183	21 247	2 342 818	326 875	1 512 190	0,648
60	0,0273	178 708	5 388 703	278 002	---	---

Fuente: Coale, Cho y Goldman (1980), cuadro 6; y National Bureau of Statistics (1972, 1977), cuadro 7.

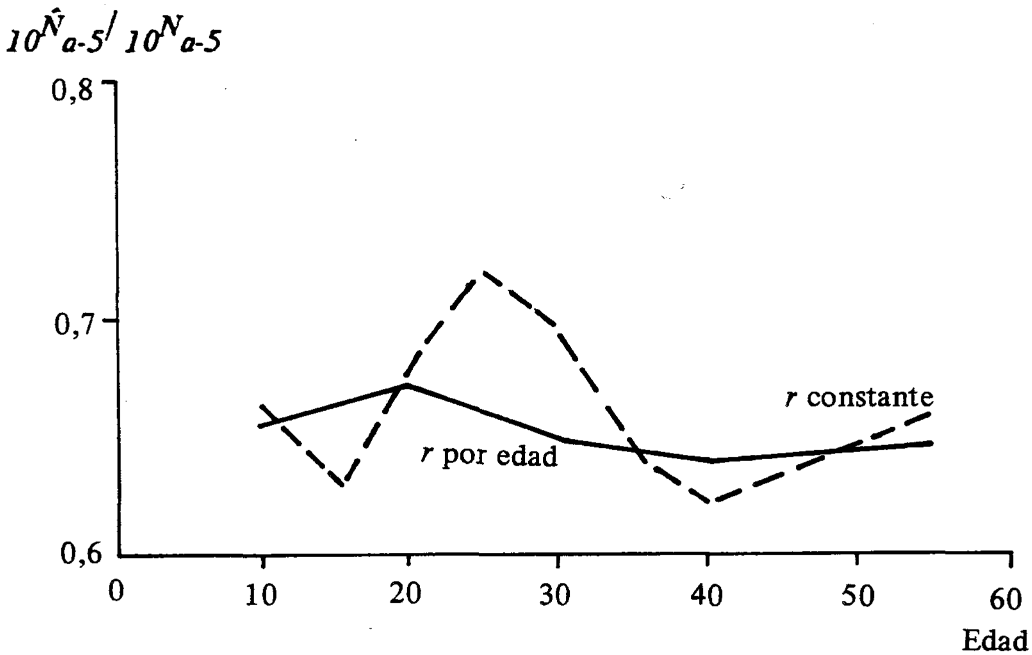
está en contradicción con la cifra de 58 por ciento encontrada por Preston y otros (en 1980). La diferencia en estas estimaciones es debida principalmente a la forma diferente de tratar el intervalo abierto. Una subestimación del valor de $N(60+)$, en el caso de población estable, distorsionó la tendencia de la línea $\hat{N}(x+)/N(x+)$. Fue, por lo tanto, necesario ajustar el valor de r a fin de corregir por la tendencia hacia abajo de la tangente, lo que a su vez da lugar a una falsa estimación (baja) del grado de cabalidad en los registros. Hemos aplicado el procedimiento para población estable usando la forma en que resolvemos ahora el grupo abierto y comparado estos resultados con los obtenidos para una población no estable.

El gráfico 3 muestra los valores de cuociente ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$ (a lo largo del intervalo de a=10, . . . ,55) derivados de ambos análisis[9]. A pesar de que la mediana de las estimaciones acerca de la cabalidad es muy similar, nótese que la utilización de tasas de crecimiento por edad da un

[9] Coale, Cho, Goldman (1980) encontraron que el patrón de mortalidad para la población femenina de Corea, durante este período, se adecuaba al de un modelo de la familia Oeste, nivel 19. Por lo tanto, hemos utilizado el valor de 17 años para la esperanza de vida para los 60 en la ecuación (7).

Gráfico 3

SERIE DE ESTIMACIONES ACERCA DE LA CABALIDAD DEL REGISTRO DE MUERTES PARA LA POBLACION TOTAL CON Y SIN EL SUPUESTO DE ESTABILIDAD, POBLACION FEMENINA DE COREA, 1970-1975



conjunto mucho más regular en las relaciones, que el obtenido cuando se emplea el supuesto de estabilidad. Los valores un tanto elevados del cociente en las edades 15, 20 y 25 (cuadro 2) corresponden a intervalos de edades donde las estimaciones muestran importantes omisiones en los censos (Coale, Cho y Goldman, 1980, gráfico A-5 y tabla A-5).

RESUMEN Y CONCLUSIONES

Preston y sus colegas desarrollaron un método para estimar el grado de cabalidad en el registro de muertes adultas en poblaciones aproximadamente estables. En este documento se muestra que, dado un conjunto de tasas de crecimiento por edad, unas pocas modificaciones hacen posible utilizar el método incluso con poblaciones que están lejos de ser poblaciones estables.

Otra aplicación de esta técnica puede darse en el caso de poblaciones de las cuales se sabe que tienen buenos registros de muerte pero relativamente pobres enumeraciones censales. La imposibilidad de utilizar el método de generaciones extinguidas, a partir de información de poblaciones presentes, puede ahora ser resuelta gracias a este método. Esto es, no es necesario esperar que las cohortes se extingan. En lugar de ello, puede ajustarse la distribución transversal de las muertes por edad y, subsecuentemente, obtenerse estimaciones sobre subenumeración por edades.

Los resultados del análisis de la información de Suecia y Corea sugieren que el empleo de esta versión refinada del método resulta en una mayor precisión en las estimaciones del grado de cabalidad en el registro de muertes en poblaciones que han dejado de ser estables. Hay, sin embargo, que pagar algún precio por esto. El método de población estable puede ser aplicado aun si la información de un solo censo está disponible. Además, el valor estable de r puede ser estimado como un subproducto del método. En cambio, en la versión no estable, se utiliza tasas de r por edad, en cuyo caso la utilización de información de dos censos es casi siempre necesaria.

En comparación con otros métodos que utilizan el supuesto de población no estable, especialmente el de sobrevivencia intercensal de una cohorte (Preston y Hill, 1980) y el método de proyección hacia adelante, puede decirse que la aplicación del presente método es algo más complicada que la de aquéllos. Sin embargo, éstos son inapropiados cuando la información está dada para grupos quinquenales de edad y los períodos intercensales no son próximos a un múltiplo de cinco. Esta dificultad no se presenta con el método propuesto aquí. Además, los métodos anteriores aplicables a poblaciones no estables se basan en el cambio en el tamaño de la cohorte en dos censos sucesivos. Dado que los dos censos pueden estar afectados por mala declaración de edad, el número implícito de muertes (la diferencia en el tamaño de una cohorte) puede estar sujeto a sesgos. Este sesgo no existe en el método presente, toda vez que no estimamos muertes a partir de la supervivencia de una cohorte.

Esta técnica tiene varias limitaciones. Primero, la estimación del grado de cabalidad tiende a estar sesgada (hacia arriba, por la presencia de saldos netos de migración negativa, y hacia abajo, por saldos netos positivos). Por lo tanto, si la migración tiene un tamaño significativo en comparación con el número de muertes, se hace necesario un ajuste previo de la información.

Segundo, hemos supuesto que existe una edad razonablemente alta (para propósitos prácticos, por lo menos 50 años), encima de la cual se producen todos los errores de mala declaración de edad. Esta condición puede no cumplirse en algunas poblaciones.

Tercero, el método se apoya en el supuesto de que el subregistro de las muertes es independiente de la edad, por lo menos en las edades adultas; sin embargo, como lo han indicado Preston y otros (1980), la cabalidad de los registros a veces difiere entre áreas urbanas y rurales, o hay diferencias en el subregistro según las regiones, lo que puede producir diferentes grados de cabalidad por edad en el total de la población. En forma similar, el hecho de que el grado de cabalidad pueda estar asociado con el status económico de las familias de los muertos, y la existencia de diferenciales socioeconómicos en la mortalidad, pueden llevar al no cumplimiento de ese supuesto.

Cuarto, el método puede ser muy sensible a la diferencia en la enumeración de los censos sucesivos. Una subenumeración relativa en el primero (segundo censo) tenderá a levantar (bajar) las tasas de crecimiento por edad y, por lo tanto, sesgar las estimaciones del grado de cabalidad de las muertes hacia arriba (hacia abajo). Si no hay errores en la declaración de edad y el grado de cabalidad en las muertes es constante a través de las edades, entonces el cociente de ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$ decrece (aumenta) con la edad si el primero (segundo) censo es relativamente más afectado por omisión. Por lo tanto, podemos aumentar o disminuir el conjunto de valores observados de ${}_5r_a$ mediante la adición de una constante tal que haga que los resultados de la secuencia del cociente ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$ se torne regular[10].

---

[10] Podemos designar al valor corregido de ${}_5r_a$ como ${}_5\tilde{r}_a$ donde

$${}_5\tilde{r}_a = {}_5r_a + \delta$$

Si un valor particular de δ resulta en una secuencia regular de ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$, entonces la diferencia en la cabalidad entre los dos censos puede ser estimada mediante

$$\frac{c_2}{c_1} = exp\{-\delta t\} \doteq 1 - \delta t$$

donde c_1 y c_2 han sido ya definidas y t es la amplitud del intervalo intercensal.

Finalmente, se supone que la subenumeración de la población es constante con la edad. Sin embargo, si ocurre que es en el grupo de edades jóvenes donde la subenumeración es diferente a la que se produce en el resto de la población, entonces podemos utilizar las estimaciones sobre el grado de cabalidad en el registro de muertes obtenido de esta información por encima de aquellas edades jóvenes. Una estimación de la cabalidad, ${}_{10}\hat{N}_{a-5}/{}_{10}N_{a-5}$, no está afectada por imperfecciones en los datos por debajo del grupo de edades a la cual se refiere.

A pesar de estas limitaciones, muchas de las cuales son compartidas por otros métodos para estimar el subregistro, nuestro análisis de los datos de Suecia y Corea parece sugerir que, si es empleado juiciosamente, este método conduce a estimaciones confiables del grado de cabalidad de los registros.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Brass, William. 1975. *Methods for Estimating Fertility and Mortality from Limited and Defective Data: Based on Seminars Held 16-24 September 1971 at the Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE) San José, Costa Rica.* Chapel Hill, N.C.: University of North Carolina, International Program of Laboratories for Population Statistics. xii, 159 pp.

Brass, William. 1979. A procedure for comparing mortality measures calculated from intercensal survival with the corresponding estimates from registered deaths. *Asian and Pacific Census Forum* (Honolulu) 6(2):5-7.

Coale, Ansley J.; and Demeny, Paul. 1966. *Regional Life Tables and Stable Populations.* Princeton, N.J.: Princeton University Press. xiii, 871 pp.

Coale, Ansley J.; Cho, Lee-Jay; and Goldman, Noreen. 1980. *Estimation of Recent Trends in Fertility and Mortality in the Republic of Korea.* Report No. 1. Washington: National Academy of Sciences [for] National Research Council. Committee on Population and Demography. xiv, 77 pp.

Korea. Republic. Economic Planning Board. National Bureau of Statistics. 1972. *1970 Population and Housing Census Report. Vol. 1. Complete Enumeration.* [No.] 12-1. Republic of Korea. *Seoul: Economic Planning Board, National Bureau of Statistics. 416 pp.*

Korea, Republic. Economic Planning Board. National Bureau of Statistics. 1977. *1975 Population and Housing Census Report. Vol. 1. Complete Enumeration [No.] 12-1. Whole Country.* Seoul: Economic Planning Board, National Bureau of Statistics. 368 pp.

Martin, Linda G. 1980. A modification for use in destabilized populations of Brass's technique for estimating completeness of death registration. *Population Studies* (London) 34(2)381-395.

Preston, Samuel, and Hill, Kenneth. 1980. Estimating the completeness of death registration. *Population Studies* (London) 34(2)349-366.

Preston, Samuel, Coale, Ansley, J.; Trussell, James; and Weinstein, Maxine. 1980. Estimating the completeness of reporting of adult deaths in populations that are approximately stable. *Population Index* (Princeton, N.J.) 46(2)179-202.

Sweden. Statistiska Centralbyrån. 1966-1967. *Folkmangdens Forandringar* [Population Changes]. 1965 and 1966 editions. Stockholm, Statistiska Centralbyrån.

Sweden. Statistiska Centralbyrån 1969-1972. *Befolkningsförändringar... Del 3. Hela Riket och Länen m m* [Population Changes....Part 3. The Whole Country and the Counties etc.]. 1967, 1968, 1969, and 1970 editions. Stockholm, Statistiska Centralbyrån.

Sweden Statistiska Centralbyrån 1974. *Livslangdstabeller for Artiondet 1961-1970* (Life Tables for the Decade 1961-1970). Stockholm, Statistiska Centralbyrån.

Trussell, James, Menken, Jane. 1979. Estimating the completeness of deaths and relative underenumeration in two successive censuses. *Asian and Pacific Census Forum* (Honolulu) 6(2)9-11.

Vincent, Paul. 1951. La mortalité des vieillards. [The mortality of the aged]. *Population* Paris; 6(2)182-204.

APENDICE

BASE TEORICA PARA EL USO DE TASAS DE CRECIMIENTO POR EDAD A FIN DE ESTIMAR EL GRADO DE CABALIDAD EN EL REGISTRO DE MUERTES EN UNA POBLACION CERRADA

Teorema: $$N(a) = \int_a^{\infty} D^*(x) exp \left[\int_a^x r(u)du \right] dx$$

donde $N(a)$ es el número de personas a la edad a, $D^*(x)$ es el verdadero número de muertes experimentadas por personas a la edad x y $r(u)$ es la tasa de crecimiento de la población con edad u.

Prueba: Tenemos que

$$D^*(a) = -dN(a) = - \left[\frac{\partial N(a)}{\partial a} da + \frac{\partial N(a)}{\partial t} dt \right] \tag{A.1}$$

Además,

$$\mu(a) = \frac{D^*(a)}{N(a)}$$

y

$$r(a) = \frac{1}{N(a)} \cdot \frac{\partial N(a)}{\partial t} dt$$

Después de dividir ambos lados de la (A.1) por $N(a)$ y de ordenar los términos, obtenemos la expresión

$$\frac{1}{N(a)} \cdot \frac{\partial N(a)}{\partial a} da = - [\mu(a) + r(a)] \tag{A.2}$$

La integración de (A.2) desde la edad a hasta la edad x da

$$N(x) = N(a) exp \left\{ - \int_a^x [\mu(u) + r(u)] du \right\}$$

$$= N(a) {}_{x-a}p_a exp \left[- \int_a^x r(u)du \right] \tag{A.3}$$

donde la probabilidad de sobrevivencia de la edad a hasta la edad x es

$$_{x-a}p_a = exp\,[-\textstyle\int_a^x \mu(u)du]$$

Dado que la probabilidad de que una persona muera antes de alcanzar la edad x habiendo sobrevivido hasta la edad a es $_{x-a}q_a$, tenemos que $_{\infty}q_a = 1$. Por lo tanto

$$N(a) = N(a)_{\infty}q_a = \textstyle\int_a^{\infty} N(a)_{x-a}p_a\mu(x)dx$$

$$= \textstyle\int_a^{\infty} N(a)_{x-a}p_a exp\,\{-\int_a^x r(u)du\}\,\mu(x)exp\,\{\int_a^x r(u)\}dx$$

Reemplazando, de acuerdo con la ecuación (A.3), tenemos

$$N(a) = \textstyle\int_a^{\infty} N(x)\mu(x)exp[\,\int_a^x r(u)du\,]\,dx$$

$$= \textstyle\int_a^{\infty} D^*(x)exp\,[\,\int_a^x r(u)du\,]\,dx$$

Q.E.D.

A fin de efectuar cálculos numéricos, tenemos

$$N(a) = \textstyle\int_a^{\infty} D^*(x)exp\,[\,\int_a^x r(u)du\,]\,dx$$

$$= [\,\textstyle\int_{a+n}^{\infty} D^*(x)exp[\,\int_{a+n}^x r(u)du\,]dx\,]\cdot exp[\int_a^{a+n} r(u)du]$$

$$+ \textstyle\int_a^{a+n} D^*(x)exp[\,\int_a^x r(u)du\,]dx$$

$$= N(a+n)exp\,[\,\textstyle\int_a^{a+n} r(u)du\,] + \int_a^{a+n} D^*(x)exp\,[\,\int_a^x r(u)du\,]\,dx$$

Si $r(u) = {}_nr_a$, donde $a \leqslant u \leqslant a+n$ y ${}_nD^*_a = \int_a^{a+n} D^*(x)dx$ entonces

$$N(a) = N(a+n)exp[n \cdot {}_nr_a] + \int_a^{a+n} D^*(x)exp[(x-a) \cdot {}_nr_a]dx$$

$$= N(a+n)exp[n \cdot {}_nr_a] + {}_nD^*_a exp[y \cdot {}_nr_a]$$

desde que existe una y, donde $a \leqslant y \leqslant x$, tal que

$$\int_a^{a+n} D^*(x)exp\{(x-a)_n r_a\} dx = exp\{y \cdot {}_nr_a\} \int_a^{a+n} D^*(x)dx$$

Para $n = 5$, tenemos $y \doteq 2{,}5$ y $r(u) \doteq {}_5r_a = \frac{1}{{}_5N_a} \cdot \frac{d({}_5N_a)}{dt}$

donde $a \leqslant u \leqslant a+5$ y, por lo tanto

$$N(a) \doteq N(a+5)exp\{5 \cdot {}_5r_a\} + {}_5D^*_a exp\{2{,}5 \cdot {}_5r_a\} \qquad \text{(A.4)}$$

Si ${}_5r_a = r$ para todo a, es claro que la ecuación (A.4) se reduce a

$$N(a) \doteq N(a+5)exp\{5r\} + {}_5D^*_a exp\{2{,}5r\}$$

que es la fórmula de cómputo encontrada por Preston y otros en 1980.